



6

# PRESEK

ISSN 0351-6652

DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE, 22(1994-1995)

COMET

PRESEK - list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje  
22. letnik, leto 1994/95, številka 6, strani 321-384

## VSEBINA

|                      |  |                  |
|----------------------|--|------------------|
| <b>MATEMATIKA</b>    | Aritmetika s kvadrati (Vilko Domajnko).....  | 321-326          |
|                      | Sundaramovo rešeto (Primož Potočnik).....  | 340-341          |
|                      | Šifriranje z javnim ključem (Marija Vencelj).....  | 354-357          |
| <b>FIZIKA</b>        | Opazovanje iztočnega vrtnca (Zoran Arsov).....   | 328-331          |
|                      | Odklon proti vzhodu (Janez Strnad).....  | 342-343          |
| <b>ASTRONOMIJA</b>   | Stráža (Marijan Prosén).....   | 332-335          |
| <b>RAČUNALNIŠTVO</b> | Preizkusni programi za matematiko (Matija Lokar).....  | 344-348, III, IV |
| <b>NOVICE</b>        | Sto let rentgenskih cevi (Janez Strnad).....   | 338-339, I       |
|                      | Dve sporočili (Iz uredništva).....   | 351              |
|                      | Christian Huygens - Ob tristoletnici smrti<br>(Janez Strnad).....                                      | 358-363          |
|                      | Tečaji iz vakuumske tehnike za profesorje<br>srednjih šol (Andrej Pregelj).....                        | 364-366          |
| <b>NALOGE</b>        | Butalska - Reš. str. 369 (Vilko Domajnko).....   | 327              |
|                      | Tri za bistré glave - Reš. str. 368 (Neža Mramor - Kosta)....  | 327              |
|                      | Nariši pravokotni trikotnik - Reš. str. 372-373<br>(Marija Vencelj).....                               | 331              |
|                      | Skladnost - Reš. str. 368 (Vilko Domajnko).....  | 339              |
|                      | Strogo naraščajoča števila - Reš. str. 350 (Martin Juvan)....  | 341              |
|                      | Stična števila - Reš. str. 366 (Martin Juvan).....   | 343              |
| <b>RAZVEDRILO</b>    | Kako štejemo po slovensko? (Tomaž Pisanski).....   | 335-336          |
|                      | Kaj je kipu? (Veselko Guštin).....   | 349-350          |
|                      | Križanka 'Računalništvo' - Reš. str. 373 (Marko Bokalič).....  | 352-353          |
| <b>REŠITVE NALOG</b> | Neznana osnova - s str. 295 (Martin Juvan).....  | 326              |
|                      | Popotovanje z letalom - s str. 275 (Vilko Domajnko)....  | 336-337          |
|                      | Barvanje kock - s str. 275 (D. M. Milošević, prev. B. Japelj).....                                     | 348              |
|                      | Spet ena logična - s str. 307 (Neža Mramor - Kosta).....   | 357              |
|                      | Koliko šestkotnikov? - s str. 299 (Ciril Pezdir).....  | 370-371          |
|                      | Astronomska križanka - s str. 288 (Marko Bokalič).....   | 373              |
| <b>TEKMOVANJA</b>    | 16. mednarodno matematično tekmovanje mest -<br>pomladanski krog (Matjaž Željko).....                  | 374-375          |
|                      | 16. mednarodno matematično tekmovanje mest -<br>jesenski krog - rešitve s str. 252 (Matjaž Željko).... | 375-381          |
| <b>NOVE KNJIGE</b>   | Zmazek V., Matematika, priprava na maturo (Mojca Lokar).....   | 351              |
| <b>LETNO KAZALO</b>  | .....  | 382-384          |
| <b>NA OVITKU</b>     | Rentgenska cev. Glej članek na str. 338-339.....   | I                |
|                      | Slike k članku na str. 344-348.....  | III-IV           |

## KOLIKO ŠESTKOTNIKOV — Rešitev s str. 299

Nalogo bomo rešili na tri načine in vsakokrat prišli do enakega rezultata. Za računanje bomo potrebovali enakosti  $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$  in  $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ , ki ju lahko dokažemo z indukcijo.

1. način:

Po vrsticah je v  $n$ -šestkotniku zapored  $n, n+1, \dots, n+n-1, \dots, n+1, n$  1-šestkotnikov, torej vseh  $2n-1 + \sum_{i=0}^{n-2} 2(n+i) = 3n^2 - 3n + 1$ .

Podobno ugotovimo, da je vseh 2-šestkotnikov  $3n^2 - 9n + 7$ , vseh  $m$ -šestkotnikov je  $3n^2 - (6m-3)n + 3m^2 - 3m + 1$ .

Vseh šestkotnikov v  $n$ -šestkotniku je torej:

$$\begin{aligned} & \sum_{m=1}^n (3n^2 - (6m-3)n + 3m^2 - 3m + 1) = \\ & = 3n^3 - 3n^2(n+1) + 3n^2 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{2} - \frac{3n(n+1)}{2} + n = n^3. \end{aligned}$$

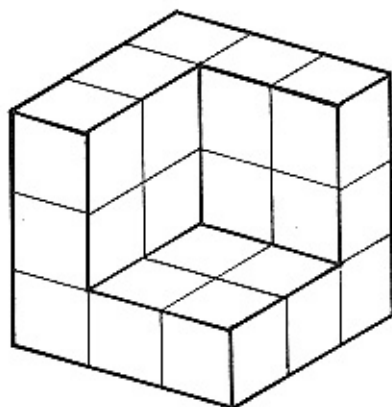
2. način:

V  $n$ -šestkotniku je 1  $n$ -šestkotnik,  $(n-1)$ -šestkotnikov je 1 + 6,  $(n-2)$ -šestkotnikov je 1 + 6 + 12, itd., v  $n$ -šestkotniku je 1-šestkotnikov 1 + 6 + 12 + ... + 6(n-1). Od tod sledi skupno število

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^{n-1} (1 + \sum_{i=1}^k 6i) = \sum_{k=1}^n (1 + \sum_{i=1}^{k-1} 6i) = n + \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{k-1} 6i = \\ & = n + \sum_{k=1}^n 3(k-1)k = n + \frac{n(n+1)(2n+1)}{2} - \frac{3n(n+1)}{2} = n^3. \end{aligned}$$

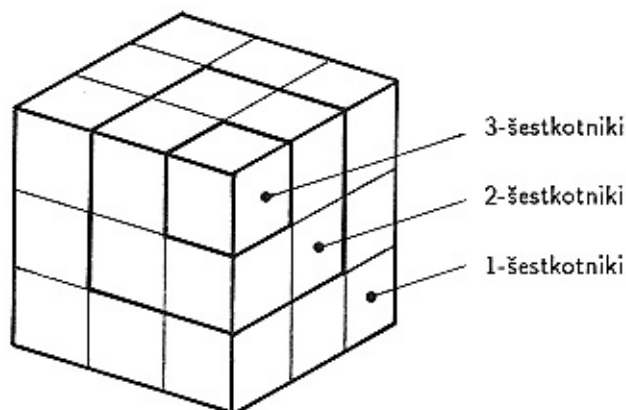
3. način:

Če pogledamo kocko v smeri telesne diagonale, vidimo 1-šestkotnik,  $n$ -šestkotnik pa dobimo s pravokotno projekcijo kocke, sestavljene iz  $n \times n \times n$  manjših kock, na ravnino, ki je pravokotna na telesno diagonalo. Število 1-šestkotnikov je tedaj enako številu manjših kock v telesu (ki je za  $n = 3$  ilustrirano na sliki 1), torej  $n^3 - (n-1)^3 = 3n^3 - 3n + 1$ .



Slika 1.

Z nekaj premisleka lahko ugotovimo, da je v  $n$ -šestkotniku toliko 2-šestkotnikov, kot je manjših kock v podobnem telesu, ki pripada  $n - 1$ , itd.



Slika 2.

Vseh šestkotnikov v  $n$ -šestkotniku je torej toliko kot vseh kock v vseh takih izsekih. Teh pa je prav  $n^3$ , kar smo ugotovili že na oba prejšnja načina.

*Ciril Pezdír*